

OPTIQUE INSTRUMENTALE. — *Élasticité et miroirs à focale variable.*

Note (*) de M. Gérard Lemaître, présentée par M. Charles Fehrenbach.

On recherche les configurations de charges et d'appuis associés à un dioptré de symétrie axiale dont le profil d'épaisseur, fonction du rayon, permet d'engendrer des variations de courbure par flexion.

Trois configurations simples permettent d'obtenir des méridiennes flexibles dont la flèche est une expression purement parabolique.

Le principe d'asphérisation des dioptrés par élasticité permet de compenser les aberrations d'un système optique avec une excellente précision sur la continuité géométrique de surface [(1) à (4)]. Ce principe peut également s'appliquer au niveau de la dioptrique si l'on cherche à faire varier une courbure.

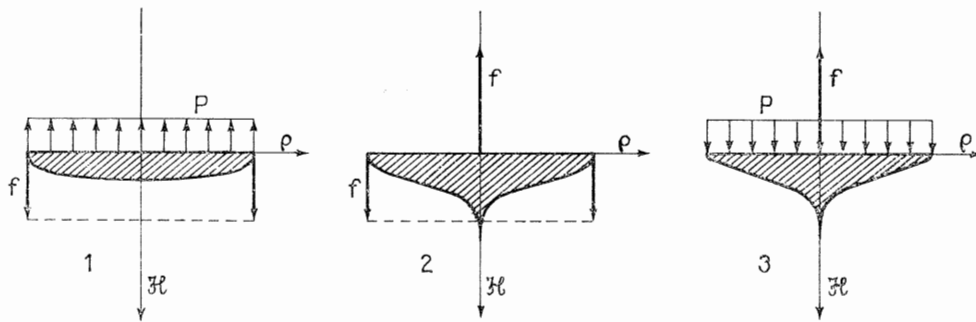


Fig. 1. — Profils d'épaisseur h en fonction du rayon ρ selon les trois configurations de charges extérieures.

Dans le cas où la déformation élastique de courbure n'excède pas une demi-longueur d'onde sur l'ouverture du dioptré, une plaque circulaire d'épaisseur constante déformée par une charge uniforme peut fournir une solution satisfaisante à l'égard des critères conventionnels concernant la distribution énergétique de la lumière au foyer de diffraction [(5), (6)]. Mais pour des flexions de courbure supérieure à une longueur d'onde, les critères précédents ne sont plus respectés pour la même configuration de charges extérieures.

On se propose de rechercher le profil d'épaisseur axisymétrique h du miroir, fournissant des flèches z purement paraboliques où l'amplitude de ces déformations est une relation linéaire de l'intensité des charges extérieures. R et H étant respectivement le rayon de courbure issu de la flexion et la hauteur d'incidence maximale sur le miroir, introduisons les variables $\Omega = F/D = R/4H$, nombre de fermeture et $\rho = r/H$, hauteur d'incidence réduite ($0 \leq \rho \leq 1$). La déformation élastique est une expression de la forme $z = r^2/2R = H\rho^2/8\Omega$. E et ν étant respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du miroir, la rigidité s'écrit conventionnellement $\mathcal{D} = Eh^3/12(1-\nu^2)$. Soit $\varphi = dz/dr = \rho/4\Omega$ la pente de la déformation, \mathcal{M}_r et \mathcal{M}_t les moments de flexion

radial et tangentiel et \mathcal{Q} l'effort tranchant radial par unité de longueur d'une section cylindrique élémentaire, les équations de départ s'écrivent :

$$(1) \quad \mathcal{M}_r = \left(\frac{d\varphi}{dr} + \nu \frac{\varphi}{r} \right) \mathcal{D}, \quad \mathcal{M}_t = \left(\nu \frac{d\varphi}{dr} + \frac{\varphi}{r} \right) \mathcal{D},$$

$$(2) \quad \mathcal{M}_r + r \frac{d\mathcal{M}_r}{dr} - \mathcal{M}_t + \mathcal{Q}r = 0.$$

Après substitution des moments de flexion, l'équation précédente traduisant l'équilibre du secteur élémentaire s'écrit :

$$(3) \quad \frac{d^2\varphi}{d\rho^2} + \left(\frac{1}{\mathcal{D}} \frac{d\mathcal{D}}{d\rho} + \frac{1}{\rho} \right) \frac{d\varphi}{d\rho} + \left(\frac{\nu}{\rho} \frac{1}{\mathcal{D}} \frac{d\mathcal{D}}{d\rho} - \frac{1}{\rho^2} \right) \varphi = - \frac{\mathcal{Q}H^2}{\mathcal{D}}.$$

L'effort tranchant radial \mathcal{Q} est fonction des charges extérieures. Il existe trois configurations de charges produisant aisément une flexion purement parabolique. Ces configurations sont représentées sur la figure 1. Soit p la charge uniforme (force équivalente $f = \pi H^2 p$ pour les configurations 2 et 3, fig. 1) exercée sur le miroir, l'effort tranchant peut s'écrire pour les trois configurations :

$$(4) \quad \mathcal{Q} = \frac{1}{2} \left(l\rho + \frac{m}{\rho} \right) p H,$$

où l et m prennent les valeurs 1, 0 ou -1 suivant la configuration considérée. Pour une déformation parabolique, la résolution de l'équation (3) est triviale et nous obtenons pour la rigidité :

$$(5) \quad \mathcal{D} = - \frac{4\Omega}{1+\nu} H^2 \int \mathcal{Q} d\rho = - \frac{\Omega}{1+\nu} p H^3 (l\rho^2 + m \ln \rho^2 + n),$$

où n est une constante entière déterminée par les conditions aux limites. L'épaisseur relative h/H a pour expression :

$$(6) \quad \frac{h}{H} = \left[12(1-\nu)\Omega \frac{p}{E} \right]^{1/3} \mathcal{H}_i(\rho) \quad \text{avec} \quad \mathcal{H}_i(\rho) = -(l\rho^2 + m \ln \rho^2 + n)^{1/3},$$

$\mathcal{H}_i(\rho)$ représentent les trois profils adimensionnels d'épaisseur. Les contraintes radiales et tangentielles sont identiques. Leurs valeurs maximales doivent évidemment être inférieures à la limite de rupture soit :

$$(7) \quad \sigma_i(\rho) = \left[\frac{3}{128} \frac{1}{(1-\nu)^2} \frac{pE^2}{\Omega^2} \right]^{1/3} \mathcal{H}_i(\rho) < \sigma_{limrupt}.$$

Les épaisseurs centrales infinies des configurations 2 et 3 pourront être, en pratique, limitées à une valeur finie en respectant par exemple le critère de Rayleigh.

CONFIGURATION 1. — Le miroir est fléchi par une charge uniforme en équilibre avec une charge d'appui périphérique. $l = 1$, $m = 0$, $n = -1$ et $\mathcal{H} = (1 - \rho^2)^{1/3}$.

CONFIGURATION 2. — Le miroir est fléchi par une force centrale en équilibre avec une charge d'appui périphérique. $l = 0$, $m = 1$, $n = 0$ et $\mathcal{H} = (-\ln \rho^2)^{1/3}$.

CONFIGURATION 3. — Le miroir est fléchi par une charge uniforme en équilibre avec une force centrale. $l = -1$, $m = 1$, $n = 1$ et $\mathcal{H} = (\rho^2 - \ln \rho^2 - 1)^{1/3}$.

Les profils d'épaisseurs sont représentés sur la figure 1.

Un miroir à focale variable de 20 mm d'ouverture a été mis au point au Laboratoire d'Optique de l'Observatoire de Marseille selon la configuration 1. Ce prototype dont l'épaisseur centrale est de 1 mm, permet de compenser le champ d'un spectromètre astro-

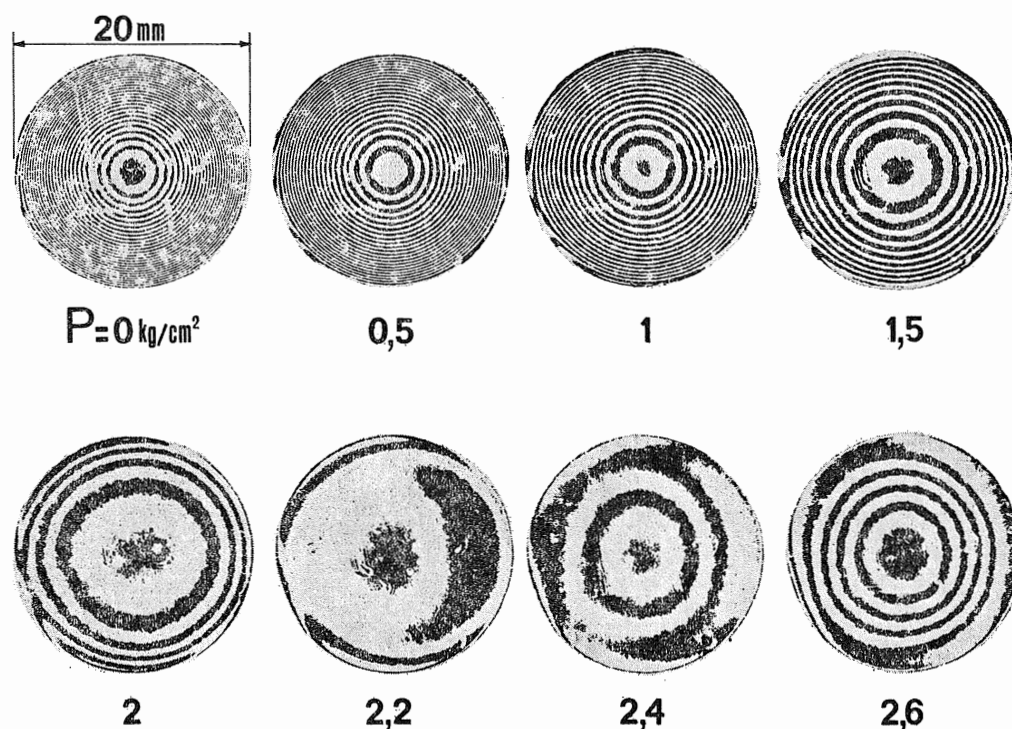


Fig. 2. — Franges de Fizeau du miroir à focale variable par rapport à une sphère rigide.

La charge uniforme p de la configuration 1 est indiquée en fonction de chaque état interférométrique de la déformation.

nomique par transformée de Fourier ⁽⁷⁾. Pour une ouverture optique de 10 mm, la déformation purement parabolique est de 8 franges à 632,8 nm soit un gain d'un facteur 8 sur la luminosité de l'instrument. Un gain plus important pourra être obtenu en utilisant un miroir de plus faible épaisseur. La configuration 2 déformée par effet piézo-électrique ou par magnéto-striction pourra également être retenue pour la construction de miroirs à focale variable.

(*) Séance du 3 décembre 1975.

(1) B. SCHMIDT, *Mitt. Hamburger Sternw.*, n° 7, 1932, p. 15.

(2) A. COUDER, *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 327.

(3) G. LEMAITRE, *Comptes rendus*, 276, série B, 1973, p. 145.

(4) G. LEMAITRE, *Nouv. Rev. Opt.*, 5, n° 6, 1974, p. 361.

(5) S. MIKOSHIBA et B. AHLBORN, *Rev. Sc. Instrum.*, 44, 1973, p. 508.

(6) E. BIN-NUN et F. DOTHAN-DEUTSCH, *Rev. Sc. Instrum.*, 44, 1973, p. 512.

(7) P. CONNES et G. MICHEL, *Appl. Opt.*, 14, n° 9, 1975, p. 2067.